दो चरों वाले रैखिक समीकरण

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» भूमिका - एक चर वाले रैखिक समीकरणों की याद

» दो चरों वाला रैखिक समीकरण - क्रिकेट उदाहरण

» मानक रूप ax + by + c = 0

» समीकरण को मानक रूप में लिखना

» एक चर जैसे समीकरणों को दो चरों में व्यक्त करना

» हल का अर्थ - क्रमित युग्म (x, y)

» अपरिमित रूप से अनेक हल

» सारांश - हल और आलेख का संबंध

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. समीकरण 2x + 5 = 0 का हल ज्ञात कीजिए और बताइए कि यह अद्वितीय क्यों है।

› 2x + 5 = 0 2x = −5 (दोनों sides से 5 घटाया)

› x = −5/2 (दोनों sides को 2 से divide)

› सिर्फ़ एक variable है, इसलिए सिर्फ़ एक value possible – अद्वितीय हल

उत्तर – x = −5/2; यह अद्वितीय हल है क्योंकि एक चर वाले रैखिक समीकरण का एक और केवल एक हल होता है।

उदाहरण 2. एक नोटबुक की कीमत एक कलम की कीमत से दो गुनी है। दो चरों वाला रैखिक समीकरण लिखिए। (संकेत: नोटबुक = x रु, कलम = y रु)

› Notebook price = x, pen price = y

› 'दो गुनी' means x = 2y

› Standard thinking: x − 2y = 0 भी same relation है

उत्तर – x = 2y (या x − 2y = 0), जहाँ x = नोटबुक की कीमत, y = कलम की कीमत।

उदाहरण 3. क्या 3 = 2x − 7y दो चरों वाला रैखिक समीकरण है? मानक रूप में लिखकर a, b, c बताइए।

› 3 = 2x − 7y 2x − 7y − 3 = 0

› a = 2, b = −7, c = −3 – सब real numbers

› a और b दोनों zero नहीं हाँ, यह दो चरों वाला रैखकि समीकरण है

उत्तर – हाँ। 2x − 7y − 3 = 0; a = 2, b = −7, c = −3।

उदाहरण 4. समीकरण x − 4 = (1/3)y को ax + by + c = 0 रूप में लिखिए और a, b, c बताइए।

› x − 4 − (1/3)y = 0

› Terms arrange: x − (1/3)y − 4 = 0

› Compare: a = 1, b = −1/3, c = −4

उत्तर – x − (1/3)y − 4 = 0; a = 1, b = −1/3, c = −4।

उदाहरण 5. 2x = 3 को दो चरों वाले समीकरण के रूप में लिखिए और a, b, c बताइए।

› 2x = 3 2x − 3 = 0

› y term add with 0 coefficient: 2x + 0·y − 3 = 0

› a = 2, b = 0, c = −3

उत्तर – 2x + 0·y − 3 = 0; a = 2, b = 0, c = −3।

उदाहरण 6. बताइए कि (2, 0) समीकरण x − 2y = 4 का हल है या नहीं।

› Substitute x = 2, y = 0 in x − 2y

› 2 − 2(0) = 2, जो 4 के बराबर नहीं

› अतः (2, 0) हल नहीं है; जबकि (4, 0) हल है क्योंकि 4 − 0 = 4

उत्तर – (2, 0) हल नहीं है। (सत्यापन: 2 4)

उदाहरण 7. समीकरण x + 2y = 6 के चार अलग-अलग हल ज्ञात कीजिए।

› x=2,y=2: 2+4=6 (2,2)

› x=0 2y=6 y=3 (0,3); y=0 x=6 (6,0)

› y=1 x+2=6 x=4 (4,1)

उत्तर – (2, 2), (0, 3), (6, 0), (4, 1) [और भी अनगिनत हल संभव]

उदाहरण 8. समीकरण 4x + 3y = 12 के दो हल (0,4) और (3,0) हैं। सारांश के अनुसार आलेख के बारे में दो कथन लिखिए।

› (0,4) और (3,0) आलेख पर दो बिंदु हैं

› इन बिंदुओं से गुजरने वाली रेखा समीकरण का आलेख है

› उस रेखा का हर अन्य बिंदु भी एक हल है, और हर हल उस रेखा पर है

उत्तर – (0,4) व (3,0) आलेख पर हैं; आलेख की रेखा के प्रत्येक बिंदु समीकरण का हल है और प्रत्येक हल उस आलेख पर स्थित बिंदु है।

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

- Exam में introduction में अक्सर पूछते हैं – एक चर vs दो चर; 'अद्वतीय हल' शब्द जरूर लिखो।
- Word problem में पहले 'मान लीजिए…' लिखो – x और y क्या हैं, clearly define करो; वरना marks कटते हैं।
- Definition लिखते समय 'a और b दोनों शून्य नहीं हैं' वाक्य मत भूलना – यह half mark बचाता है।
- a, b, c लिखने से पहले समीकरण एक बार जाँचो – खासकर भिन्न वाले b (जैसे −1/3) पर गलती आम है।
- 'क्या x = 5 दो चरों वाला है?' – हाँ, x + 0·y − 5 = 0 लिखकर दिखाओ; examiner impressed होता है।
- 'कौन हल है' वाले MCQ में हर option substitute करो – rough work में 10 सेकंड बचाते हैं गलती।
- 'चार हल लिखो' में x=0, y=0 ज़रूर शामिल करो – आसान marks; फिर दो और सुविधाजनक मान।
- 3-mark सारांश/'लघु उत्तरीय' में तीनों बदिु अलग-अलग नंबर करके लिखो – examiner को scanning आसान लगती है।

एक नज़र में रिवीज़न

› One variable linear equation unique solution; rules of balance (± same, ×÷ same 0).

› Two unknowns two letters (usually x, y); word problem equation.

› Definition checklist: form + real a,b,c + a,b not both zero + degree 1.

› Move all terms left = 0; watch signs; multiplying by −1 gives another valid (a,b,c).

› a=0 or b=0 is OK; only a=b=0 together is forbidden.

› Ordered pair (x,y); verify by substitution; (a,b) (b,a) generally.

› Infinitely many solutions; method: free choice of one variable solve other.

› DIG: Definition, Infinite solutions, GraphSolution bijection.